

CURSO: SEPTIEMBRE 2006

MATERIA: MATEMÁTICAS II

OPCIÓN A

1. Calcular:

$$\int_1^2 \frac{dx}{x^2 + 2x}$$

2. a) Calcular los valores de a y b para que la función

$$f(x) = \begin{cases} 3x+2 & \text{si } x < 0 \\ x^2 + 2a \cos x & \text{si } 0 \leq x < \pi \\ ax^2 + b & \text{si } x \geq \pi \end{cases} \text{ sea continua para todo el valor } x.$$

b) Estudiar la derivabilidad de $f(x)$ para los valores de a y b obtenidos en el apartado anterior.

3. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -8 & -3 \end{pmatrix}$, $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) Comprobar que $\det(A^2) = (\det(A))^2$ y que $\det(A + I) = \det(A) + \det(I)$.

b) Sea M una matriz cuadrada de orden 2. ¿Se puede asegurar que se cumple que $\det(M^2) = (\det(M))^2$? Razonar la respuesta.

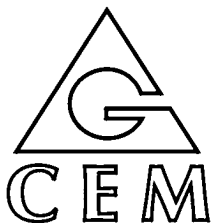
c) Encontrar todas las matrices cuadradas M , de orden 2, tales que:
 $\det(M + I) = \det(M) + \det(I)$

4. Se consideran los puntos $A(0, 1, 0)$ y $B(1, 0, 1)$. Se pide:

a) Escribir la ecuación que deben verificar los puntos $X(x, y, z)$ que equidistan de A y B .

b) Determinar la ecuación que verifican los puntos $X(x, y, z)$ cuya distancia a A es igual a la distancia de A a B .

c) Escribir las ecuaciones paramétricas de la recta formada por los puntos $C(x, y, z)$ del plano $x + y + z = 3$ tales que el triángulo ABC es rectángulo con el ángulo recto en el vértice A .



OPCIÓN B

1. a) Resolver el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y - 3z = 0 \\ 2x + 3y - z = 5 \end{cases}$$

b) Hallar la solución del sistema anterior tal que la suma de los valores correspondientes a cada una de las tres incógnitas sea igual a 4.

2. a) Hallar todas las matrices $A = \begin{pmatrix} a & a \\ 0 & b \end{pmatrix}$ distintas de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ tales que $A^2 = A$.

b) Para una cualquiera de las matrices A obtenidas en el apartado a) calcular:

$$M = A + A^2 + \dots + A^{10}$$

3. Dada la función $f(x) = xe^{2x}$, se pide:

a) Dibujar su gráfica indicando su dominio, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos, intervalos de concavidad y convexidad y puntos de inflexión.

b) Calcular el área comprendida entre el eje OX y la gráfica de $f(x)$ entre $-1 \leq x \leq 1$

4. Un plano π corta a los ejes de coordenadas en los puntos A(1, 0, 0), B (0, 3, 0), C (0, 0, 4). Se pide:

a) Hallar el valor $\lambda > 0$ de manera que el volumen del tetraedro OABC (desde O es el origen), sea 2.

b) Para el valor de λ obtenido en el apartado a), calcular la longitud de la altura del tetraedro OABC correspondiente al vértice O.