



**CURSO: (2003- 2004) SEPTIEMBRE**

**MATERIA: MATEMÁTICAS II**

**OPCIÓN A**

**Ejercicio 1. Calificación máxima: 2 puntos**

Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

- (1 punto) Determinar la matriz inversa de B.
- (1 punto) Determinar una matriz X tal que  $A = B \cdot X$ .

**Ejercicio 2. Calificación máxima: 2 puntos**

a) (1 punto) Si A es una matriz tal que  $A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  Cuál es el valor del determinante de A?

b) (1 punto) Calcular un número K tal que:  $\left[ \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} - k \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

**Ejercicio 3. Calificación máxima: 3 puntos**

Sea el plano  $\pi = x + 2y + 3z = 6$

- (1 punto) Hallar el punto simétrico del (0,0,0) respecto de  $\pi$ .
- (1 punto) Hallar el plano perpendicular a  $\pi$  que contiene el eje OZ.
- (1 punto) Hallar el volumen del tetraedro cuyos vértices son el origen y los puntos de intersección de  $\pi$  con los ejes coordenados.

**Ejercicio 4. Calificación máxima: 3 puntos**

Sabiendo que una función  $f(x)$  tiene como derivada:  $f'(x) = (x - 4)^2 (x^2 - 8x + 7)$

- (1 punto) Hallar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f$ .
- (1 punto) Hallar los máximos y mínimos relativos de  $f$ .
- (1 punto) ¿Es el punto  $x = 4$  un punto de inflexión de  $f$ ? Justificar razonadamente la respuesta.



**OPCIÓN B**

**Ejercicio 1. Calificación máxima: 2 puntos**

- a) (1,5 puntos) Hallar el conjunto formado por los puntos del plano  $z = 0$  que distan 3 unidades del plano de ecuación  $2x - y + 2z = 4$ .
- b) (0,5 puntos) Describir dicho conjunto.

**Ejercicio 2. Calificación máxima: 2 puntos**

En un plano  $\pi = 2x - 2y + z = 2$  determina un tetraedro con los tres planos coordenados. Se pide:

- a) (0,5 punto) calcular la longitud de la altura del tetraedro que parte del origen.
- b) (0,5 puntos) Determinar las ecuaciones paramétricas de la recta que contiene a dicha altura.
- c) (1 punto) Calcular el área de la cara del tetraedro que está contenida en el plano  $\pi$ .

**Ejercicio 3. Calificación máxima: 3 puntos**

Sea la función  $f(x) = \frac{2x+1}{(x^2+x+1)^2}$

- a) (1 punto) Hallar sus máximos y mínimos relativos y sus asíntotas.
- b) (1 punto) Dibujar la gráfica de la función utilizando la información obtenida en el apartado anterior, teniendo en cuenta, además, que  $f$  tiene exactamente tres puntos de inflexión cuyas abscisas son  $x_1 = \frac{-1-\sqrt{3}}{2}$ ,  $x_2 = -\frac{1}{2}$ ,  $x_3 = \frac{-1+\sqrt{3}}{2}$  respectivamente.
- c) (1 punto) Calcular el área del recinto limitado por la gráfica de la función  $f$ , el eje OX, la recta  $x = 0$  y la recta  $x = 2$ .

**Ejercicio 4. Calificación máxima: 3 puntos**

- a) (2 puntos) Distinguir según los valores del parámetro real  $\lambda$ , el sistema

$$\begin{cases} \lambda x + 3y + z = \lambda \\ x + \lambda y + \lambda z = 1 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

- b) (1 punto) Resolver el sistema anterior en el caso  $\lambda = 2$