**CURSO: (2000- 2001) JUNIO**  
**MATERIA: MATEMÁTICAS II****OPCIÓN A****Ejercicio 1. Calificación máxima: 2 puntos**

Dado el sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} x + y + 2z = 2 \\ 2x - y + 3z = 2 \\ 5x - y + az = 6 \end{array} \right\}$$

Se pide:

- (1 punto) Discutirlo según los valores del parámetro  $a$ .
- (1 punto) Resolverlo cuando tenga infinitas soluciones.

**Ejercicio 2. Calificación máxima: 2 puntos**

Sea  $K$  un número natural y sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad C = (1 \ 1 \ 2)$$

- (1 punto) Calcular  $A^k$ .
- (1 punto) Hallar la matriz  $X$  que verifica la ecuación  $A^k X = BC$ .

**Ejercicio 3. Calificación máxima: 3 puntos**

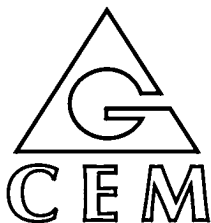
Dados el plano  $\pi = x + y + z = 1$ , la recta  $r = (x, y, z) = (1, 0, 0) + \lambda(0, 1, 1)$ , y el punto  $P(1, 1, 0)$ , se pide:

- (1 punto) Hallar la ecuación de una recta  $s$  que sea perpendicular a  $r$  y pase por  $P$ .
- (1 punto) Hallar el punto  $P'$  simétrico de  $P$  respecto de  $r$ .
- (1 punto) Hallar el punto  $P''$  simétrico de  $P$  respecto de  $\pi$ .

**Ejercicio 4. Calificación máxima: 3 puntos**

Sea la función  $f(x) = \sin x$ .

- (0,5 puntos) Calcular  $a > 0$  tal que el área encerrada por la gráfica de  $f$ , el eje  $y = 0$  y la recta  $x = a$  sea  $\frac{1}{2}$ .
- (1 punto) Calcular la ecuación de la tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = \frac{\pi}{4}$ .
- (1,5 puntos) Calcular el área de la superficie encerrada por la tangente anterior, la gráfica de la función  $f$  y las rectas  $x = \frac{\pi}{4}$  y  $x = \frac{3\pi}{4}$ .



## OPCIÓN B

**Ejercicio 1. Calificación máxima: 2 puntos**

Sea la función real de variable real definida por:  $f(x) = \begin{cases} (2-x)^2 & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

- (0,5 puntos) Razonar si la función es continua en toda la recta real.
- (0,5 puntos) Razonar si  $f$  es derivable en toda la recta real.
- (1 punto) Determinar el área encerrada por la gráfica de  $f$  y por las tres rectas  $y = 8$ ;  $x = 0$ ;  $x = 2$ .

**Ejercicio 2. Calificación máxima: 2 puntos**

- (1 punto) Determinar los extremos relativos de la función  $f(x) = x^2 - 4x + 2$ . Dibujar su gráfica.
- (1 punto) Hallar las ecuaciones de las dos rectas tangentes a la gráfica de  $f$  que pasan por el punto  $P(3, -5)$ .

**Ejercicio 3. Calificación máxima: 3 puntos**

Se considera el sistema de ecuaciones: 
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & \lambda \\ 1 & \lambda & 1 \\ \lambda & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- (1 punto) Discutirlo según los valores del parámetro real  $\lambda$ .
- (1 punto) Resolverlo para  $\lambda = -3$ .
- (1 punto) Resolverlo para  $\lambda = 1$ .

**Ejercicio 4. Calificación máxima: 3 puntos**

Sean las rectas:  $r = x - 2 = \frac{y-1}{k} = \frac{z+1}{-2}$   $s = \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 2 - \lambda \\ z = 2\lambda \end{cases}$

- (1 punto) Hallar  $K$  para que  $r$  y  $s$  sean coplanarias.
- (1 punto) Para el valor anterior de  $K$ , hallar la ecuación del plano que contiene a ambas rectas.
- (1 punto) Para el valor anterior de  $k$ , hallar la ecuación de la recta perpendicular común a las rectas dadas.