



CURSO: (1999- 2000) JUNIO
MATERIA: MATEMÁTICAS II

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 2 puntos

Resolver la siguiente ecuación vectorial $\vec{x} \wedge (2,1,-1) = (1,3,5)$ sabiendo que $|\vec{x}| = \sqrt{6}$, donde el símbolo \wedge significa “producto vectorial”.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 2 puntos

- a) (1 punto) Determinar el centro y el radio de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 8z - 4 = 0$
b) (1 punto) Determinar el centro y el radio de la circunferencia intersección de la esfera del apartado anterior con el plano $z = 0$.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 3 puntos

Para una matriz, se define su traza como la suma de los elementos de la diagonal principal. En lo que sigue A y B son matrices 2×2 .

- a) (0,5 puntos) Comprobar que se verifica $\text{Traza}(A + B) = \text{Traza}(A) + \text{Traza}(B)$.
b) (1 puntos) Comprobar que $\text{Traza}(AB) = \text{Traza}(BA)$.
c) (1 punto) Utilizando los resultados anteriores, demostrar que es imposible tener $AB - BA = I$, donde I denota la matriz identidad.
d) (0,5 puntos) Encontrar dos matrices A y B para las que $\text{Traza}(AB) \neq \text{Traza}(A)\text{Traza}(B)$.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 3 puntos

Sea $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ un polinomio que cumple $f(1) = 0$, $f'(80) = 2$, y tiene dos extremos relativos para $x = 1$ y $x = 2$.

- a) (2 puntos) Determinar a, b, c y d.
b) (1 punto) ¿Son máximos o mínimos los extremos relativos?



OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación máxima: 2 puntos

Sean las funciones $f(x) = x^2$ y $g(x) = x^3$
Determinar el área encerrada por las gráficas de ambas funciones y la recta $x = 2$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 2 puntos

- (1 punto) Si es posible, dibujar de forma clara la gráfica de una función continua en el intervalo $[0,4]$ que tenga al menos un máximo relativo en el punto $(2,3)$ y un mínimo relativo en el punto $(3,4)$.
- (1 punto) Si la función fuera polinómica. ¿Cuál ha de ser como mínimo su grado?

Ejercicio 3. Calificación máxima: 3 puntos

Se considera el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} ax + y + z = (a - 1)(a + 2) \\ x + ay + z = (a - 1)^2 (a + 2) \\ x + y + az = (a - 1)^3 (a + 2) \end{cases}$$

- (1 punto) Comprobar que es compatible para todos los valores de a .
- (1 punto) Describir en términos geométricos el conjunto de soluciones para $a = 1$ y para $a = -2$.
- (1 punto) Resolverlo para $a = -2$.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 3 puntos

Sean los puntos $P(8,13,8)$ y $Q(-4,-11,-8)$. Se considera el plano π , perpendicular al segmento PQ por su punto medio.

- (1 punto) Obtener la ecuación del plano π .
- (1 punto) Calcular la proyección ortogonal del punto $O(0,0,0)$ sobre π .
- (1 punto) Hallar el volumen del tetraedro determinado por los puntos en los que el plano π corta a los ejes coordenados y el origen de coordenadas.