CENTRO DE ESTUDIOS MIRASIERRA www.selectividad.net/cem
C/ Moralzarzal 15-A 91 740 56 55
28034 Madrid 91 738 06 55
cem@selectividad.net

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE FUNCIONES

* Estudiar su dominio. (estudio aparte)

1. CORTES CON LOS EJES:

Sea la función y = f(x).

1.1) Cortes con x:
Se calcula igualando f (x) a cero y = 0 y, se resuelve la ecuación.

1.2) Cortes con y:
Se calcula igualando x por cero, x = 0 y, se resuelve la ecuación.

2. ASINTOTAS:

Sea la función y = f(x).

2.1) Verticales: (**V**)

Si cumple $\lim_{x \to a} f(x) = \infty$ asíntota **V**, en: x = a

(a = valores que anulan el denominador)

2.2) Horizontales: (**H**)

Si cumple $\lim_{x \to \infty} f(x) = a$ asíntota **H,** en: y = a

2.3) Oblicuas: y = m x + b

Si $m \neq 0$

$$m = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x}$$

$$b = \lim_{x \to \infty} (f(x) - mx)$$

Observaciones sobre las Asíntotas:

- Como máximo tendremos dos tipos de asíntotas diferentes.
- En una fracción, siempre que encontremos valores que anulen el denominador, esos valores de x serán asíntotas verticales.
- En una fracción, si el exponente del denominador es mayor que el exponente del numerador, tendremos asíntota horizontal en y = 0.
- Si en una fracción los exponentes mayores del numerador y denominador son iguales, tendremos asíntota horizontal en: y = $\frac{a}{b}$, al cociente de sus coeficientes de mayor grado.

C/ Moralzarzal 15-A 91 740 56 55
28034 Madrid 91 738 06 55
cem@selectividad.net

- Para tener asíntotas oblicuas, el exponente de mayor grado del numerador tiene que ser un grado mayor que el del denominador.

3. <u>DETERMINACIÓN DE SIMETRIA</u>:

Sea la función y = f(x).

* 1. $f(-x) \to f(x)$ función par.Simétrica respecto al eje Y,Y´

$$y = x^2 + 3 \ ; \ x^4 - 3x^2 + 5$$

* 2. $f(-x) \to -f(x)$ función impar. Simétrica respecto al origen de coordenadas (0,0)

$$y = x^3 - 5x \ ; \ y = x^3 + 2x^5 - 5x$$

* 3. f(x) · x = a $\Rightarrow$ $\left.\begin{matrix} +f(x) \\ -f(x) \end{matrix}\right\}$ simétricas respecto al eje X,X´ ($y^2 = f(x)$)

* 4. Asimétrica (no tiene simetría conocida).

4. <u>CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO:</u>

Sea la función y = f(x).

- Calculamos la 1ª derivada y' = g (x). $\to$ y´= 0

g (x) = 0 resolvemos la ecuación: $x_1 = a; \ x_2 = b;...$

Tomamos los valores de: x < a
a < x < b los sustituimos en y´
x > b

Sustituimos estos valores en la 1ª derivada (y´) es:

y´ < 0 será decreciente en ese intervalo tomado.

y´ > 0 será creciente en ese intervalo tomado.

<u>cuidado con el dominio</u>.

- En este apartado se pueden ver los máximos y mínimos.

5. <u>MÁXIMOS Y MÍNIMOS:</u> (Relativos)

Sea la función y = f(x).
- Calculamos la 1ª derivada y´ = g (x). $\to$ y´= 0

C/ Moralzarzal 15-A 91 740 56 55
28034 Madrid 91 738 06 55
cem@selectividad.net

g (x) = 0 resolvemos la ecuación: $x_1 = a;\ \ x_2 = b;...$

- Calculamos la 2ª derivada y´´ = h (x)

Sustituimos en la 2ª derivada los valores obtenidos al igualar la 1ª derivada a 0.

y´´ (x = a) = B	B > 0 mínimo en x = a	y = f$[(x = a)]$ = d	mínimo (a,d)
	B < 0 máximo en x = a	y = f$[(x = a)]$ = e	máximo (a,e).

Se realiza esta operación con todas las soluciones obtenidas.

6. <u>CONCAVIDAD Y CONVEXIDAD</u>:

Sea la función y = f(x).

- Calculamos la 2ª derivada y´´ = h (x) $\Rightarrow$ y´´ = 0

h (x) = 0 resolvemos la ecuación: $x_1 = p\ ;\ x_2 = i\ ...$

Tomamos valores de x:

$x < p$

$p < x < i$

$x > i$

· <u>cuidado con el dominio</u>

Sustituimos estos valores en la 2ª derivada :

Si y´´ < 0	será convexa en ese intervalo.	y´´ < 0	$\rightarrow \cap$
Si y´´ > 0	será cóncava en ese intervalo.	y´´ > 0	$\rightarrow \cup$

· <u>se ven los puntos de inflexión.</u>

7. <u>PUNTOS DE INFLEXIÓN</u>:(donde la curva cambia de cóncava a convexa o viceversa)

Sea la función y = f(x).

- Calculamos la 1ª derivada y´ = g (x).

- Calculamos la 2ª derivada y´´ = h (x)

- Calculamos la 3ª derivada y´´´ = l (x)

Sustituimos, en y´´´ , los valores obtenidos en y´´ = 0.

Si:

y´´´(x = p) = C : · C = 0 no tiene puntos de inflexión.

· $C \neq 0$ y = f (x = p) = s. Inflexión en (p , s).

Se realiza esta operación con todos los valores obtenidos de l (x) = 0.

CON TODOS LOS DATOS OBTENIDOS DIBUJAMOS LA FUNCION

CENTRO DE ESTUDIOS MIRASIERRA www.selectividad.net/cem

C/ Moralzarzal 15-A
28034 Madrid
cem@selectividad.net

91 740 56 55
91 738 06 55

Cálculo del Dominios:

1. $\left\{ \begin{array}{l} f(x) \text{ polinomio de exponentes positivos y no fraccionarios.} \\ a^{f(x)} \text{ -} \end{array} \right\}$ $D = (-\infty, \infty)$ $\quad D = \forall \ x \in \Re$

2. $y = \dfrac{f(x)}{g(x)}$

$\left. \begin{array}{l} \textit{Igualamos} \text{ el denominador a cero y resolvemos.} \\ g(x) = 0 \quad x_1 = a; \quad x_2 = b \end{array} \right\}$ $D = \forall \ x \in \Re - \{x = a; \ x = b\}$

3. $y = \sqrt[n]{f(x)}$

$n = par \left\{ \begin{array}{l} f(x) \geq 0 \\ \text{Re}\textit{solvemos} \quad x \geq a \end{array} \right\}$ $D = [a, \infty)$ solución por intervalos.

$n = \text{impar} \rightarrow \text{- - - - - - - - - - - -} \ \}$ $D = \Re$

4. $y = \dfrac{\sqrt{f(x)}}{g(x)} \left\{ \begin{array}{l} \textit{casos } 2. \text{ y } 3. \text{ simultáneos.} \\ \left. \begin{array}{ll} \underline{\text{Si}} & f(x) \geq 0 \\ \underline{\text{No}} & g(x) = 0 \end{array} \right\} \text{Re}\textit{solvemos} \end{array} \right\}$ *solución por intervalos.*

5. $y = \dfrac{f(x)}{\sqrt{g(x)}} \left\{ \begin{array}{l} g(x) > 0 \ \underline{\text{Si}} \\ \text{Re}\textit{solvemos} \ x > a \end{array} \right\}$ $D = (a, \infty)$

6.

$$y = \sqrt{\frac{f(x)}{g(x)}} \left\{ Si \quad \frac{f(x)}{g(x)} \geq 0 \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} f(x) \leq 0 \\ g(x) < 0 \end{array} \right\} = \dfrac{-}{-} = + \\ \left\{ \begin{array}{l} f(x) \geq 0 \\ g(x) > 0 \end{array} \right\} = \dfrac{+}{+} = + \end{array} \right\} \right. \left\{ \begin{array}{lll} f(x) = 0 & x = a & [\bullet] \\ g(x) = 0 & x = b & (\text{o}) \end{array} \right. \quad D = (-\infty, a] \cup (b, \infty)$$

7. $y = \log_a f(x) \left\{ \begin{array}{l} \text{Si} \quad f(x) > 0 \\ \text{Resolvemos} \ x > a \end{array} \right\}$ $D = (a, \infty)$