



PROGRESIONES ARITMETICAS Y GEOMÉTRICAS

1

PROGRESION ARITMETICA

Dada una sucesión  $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n$

si:  $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 \dots \rightarrow d =$  diferencia entre términos

2,4,6,8,.....  $d = 2$

8,11,14,17,.....  $d = 3$

30,25,20,15,.....  $d = -5$

$a_1$  = primer término que consideramos

$a_n$  = último término que consideramos

n = número de términos con los que estoy trabajando

d = diferencia que hay entre dos términos consecutivos

FORMULAS

—  
—  
 $a_1 = a_1$

$a_2 = a_1 + d$

$a_3 = a_1 + 2d = a_2 + d$

$a_4 = a_1 + 3d = a_3 + d$  5 cálculo de un término de "n" ó "d"

—  
—  
 $a_n = a_1 + (n - 1)d$

$s_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n$  6 suma de los n términos

Propiedad de los términos equidistantes en una progresión aritmética

La suma de términos equidistantes es una constante, (que suman lo mismo)

$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, \dots, a_1 + a_6 = a_2 + a_5 = a_3 + a_4$  8

Si el número de términos es impar la suma de los extremos es igual a dos veces el término central

$a_1 + a_n = 9$

a dos veces el término central si n es impar

a la suma de los dos centrales si n es par



## PROGRESION GEOMETRICA

Dada la sucesión  $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n$  10

Si:  $\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} \dots \rightarrow r =$  razón entre términos

2,4,8,16,32,.....  $r = 2$

3,6,9,12,.....  $r = 3$

40,20,10,5,.....  $r = 1/2$

$a_1$  12=primer término que consideramos

$a_n$  13=último término que consideramos

$r =$  razón que hay entre términos consecutivos

$n =$  número de términos con los que trabajo

## FORMULAS

$$a_1 = a_1$$

$$a_2 = a_1 \cdot r$$

$$a_3 = a_1 r^2 = a_2 r$$

$$a_4 = a_1 r^3 = a_3 r$$
 14cálculo de un término, nº de términos o la razón

—

—

$$a_n = a_1 r^{(n-1)}$$

$$S_n = \frac{a_n r - a_1}{r - 1}$$
 15suma de los n términos

$$S_n = \frac{a_1}{1 - r}$$
 16suma de todos los términos de una progresión decreciente

$$p_n = \sqrt{(a_1 \cdot a_n)^n}$$
 17 producto de los n términos

## Propiedad de términos equidistantes

El producto de términos equidistantes es una constante (o sea da el mismo resultado)

$$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 \dots a_1 \cdot a_5 = a_2 \cdot a_4 = a_3 \cdot a_2$$
 19

$$a_1 \cdot a_n$$
 20

el central al cuadrado si n es impar

el producto de los dos centrales si n es par

Averigua si las siguientes sucesiones son aritméticas, geométricas, o de ninguno de los dos tipos:

- a) 5, 7, 9, 11 ...solución = aritmética de razón 2
- b) 2, 5, 10, 17, 26, 37.. solución = Ni aritmética, ni geométrica
- c) 1, 4, 9, 16, 25 ...solución = Ni aritmética, ni geométrica
- d) 1, 2, 4, 8, 16, 32 ...solución = Geométrica de razón 2
- e)  $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$  solución = Geométrica de razón  $\frac{1}{3}$
- f) 0,1, 0,11, 0,111 ... solución = Ni aritmética, ni geométrica

Halla la expresión del término general de las siguientes sucesiones:

1 1,-3,5,-7,9,...sol :  $(a_n = (-1)^{n+1}(2n-1))$  23

2 1,4,9,15,25,...sol :  $(a_n = n^2)$  24

3 1,2,4,8,16,...sol :  $(a_n = 2^n - 1)$  25

4 1,4,7,10,...sol :  $(a_n = 1 + (n-1) \cdot 3 = 3n - 2)$  26

5  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \dots$  sol :  $(a_n = \frac{n}{n+1})$  27

6  $\frac{3}{5}, \frac{10}{9}, \frac{20}{27}, \frac{40}{81}, \dots$  sol :  $(a_n = \frac{5n}{3^n})$  28

7 2,5,10,17,26,37,...sol :  $(a_n = n^2 + 1)$  29

8  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \dots$  sol :  $(a_n = 1 - (\frac{1}{2})^{n-1} = \frac{1}{n^{(n-1)}})$  30

### EJERCICIOS SOBRE PROGRESIONES ARITMETICAS

1- Halla los términos que se indican en las siguientes progresiones aritméticas:

- a) El decimosexto en 1, 5, 9, 13solución = 61
- b) El vigésimo cuarto en -8, -5, -2, 1solución = 61

2- Sabiendo que  $a_{12} = 42$  y  $d = 4$  hallar  $a_1$  y  $a_{53}$   
solución = -2 y 206

3- En una progresión aritmética  $a_{40} = 59$  y  $a_{27} = 33$  Halla  $a_{36}$  y  $d$  solución = -19 y 2

4- En una progresión aritmética  $d = 7$  y  $a_{55} = 232$  halla  $a_{30}$   
solución = 57



5- Interpola los medios aritméticos que se indican:

- a) Cuatro entre 5 y 25
- b) Tres entre 12 y -2
- c) Cinco entre 3 y 27
- d) Tres entre 10 y -11

solución =

6- La suma del segundo y el quinto término de una progresión aritmética es 45; la suma del cuarto, quinto y sexto es 99. ¿Cuánto valen los términos décimo y el undécimo?. Hallar el término general  
solución =  $68,75$   $a_n = 7n - 2$

7- Encuentra el primer múltiplo de 47 mayor de 5000

solución = 5,029

8- Halla el múltiplo de 39 inmediatamente anterior a 8000

solución = análogo al anterior

9- Halla la suma de los doce primeros términos de una progresión aritmética en la que  
 $a_3 = 24$   $39$  y  $a_{10} = 66$   $40$

solución = 540

10- En una progresión aritmética  $a_8 = 12$   $41$  y  $a_{12} = 32$   $42$ . Hallar la suma de los 100 primeros

solución = análogo al anterior

11- Hallar la suma de todos los números impares entre 500 y 638. Halla la suma de los números pares entre 301 y 427

solución = 181511 (impares ; análogo pares)

12- Halla la suma de todos los números acabados en 7 que hay entre 1000 y 1500

solución = análogo al anterior

13- Los cinco ángulos de un pentágono están en progresión aritmética, el menor de ellos vale  $90^\circ 43'$ . ¿Cuánto miden los otros?

solución =

14- Las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo forman una progresión aritmética de razón 3. Calcula los tres lados del triángulo

solución = aplicar el teorema de Pitágoras