

Función Derivable y Continua

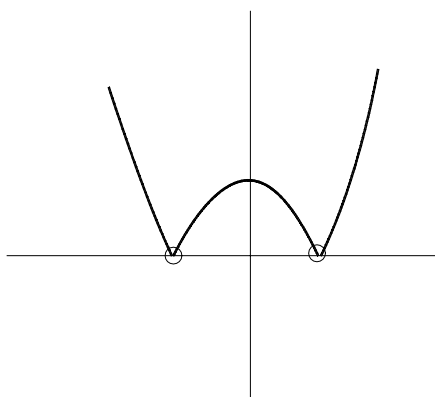
* Si una función es derivable en un punto es continua en ese punto.

* Si una función es continua en un punto no tiene que ser derivable en ese punto.

Observación: Para que una función sea derivable en un punto tiene que admitir solo una tangente en ese punto



Los puntos angulosos admiten varias tangentes.



* Para que una función sea derivable en un punto sus derivadas laterales tienen que coincidir.

• Para que una función sea continua en un punto sus límites laterales tienen que ser iguales.

Ejemplo:

$$f(x) = |x + 7| \quad \begin{cases} x = 0 & y = 7 \\ x = 1 & y = 8 \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} I = x + 7 \quad x > -7 \\ II = -x - 7 \quad x < -7 \end{array} \right\} \text{formamos los tramos.}$$



$$f(x) = \left. \begin{array}{l} x+7 \quad x > -7 \\ -x-7 \quad x < -7 \end{array} \right\}$$

Continuidad :

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -7^+} x+7 = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -7^-} x+7 = 0 \end{array} \right\} \text{ luego es continua en } x = -7$$

Derivable :

$$\left. \begin{array}{l} y = x+7 \quad y'(x=-7) = 7 = 1 \\ y = -x-7 \quad y'(x=-7) = -7 = -1 \end{array} \right\} 1 \neq -1 \quad f(x) \text{ no es derivable.}$$

Función Derivable en un punto

- Ejemplo:

Calcular los parámetros a y b para que la función sea derivable:

$$y = \begin{cases} x^2 - 2x + 3 & x \leq 2 \\ ax^2 + b & x > 2 \end{cases}$$

Condiciones:

1. La función tiene que ser continua en $x = 2$

$$\left. \begin{array}{l} f(2) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2^2 - 2 \cdot 2 + 3 = 3 \\ \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4a + b \end{array} \right\} 4a + b = 3$$

2. La función tiene que ser derivable en $x = 2$.

Por tanto, coincidirán las derivadas por la derecha y por la izquierda.

$$\left. \begin{array}{l} y' = 2x - 2 \quad y'(2) = 2 \quad (\text{derivada por la izquierda}) \\ y' = 2ax \quad y'(2) = 4a \quad (\text{derivada por la derecha}) \end{array} \right\} 2 = 4a \quad \underline{a = \frac{1}{2}}$$

como $4a + b = 3 \Rightarrow 4 \cdot \frac{1}{2} + b = 3 \quad \underline{b = 1}$